

Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für
Studierende der Informatik
Blatt 6

Aufgabe 1

Wir betrachten folgendes Spiel mit 3 Würfeln. Ein Spieler setzt einen Einsatz auf eine der Zahlen $1, \dots, 6$. Der Einsatz ist verloren, falls keiner der drei Würfel die gewettete Zahl zeigt. Anderenfalls erhält der Spieler seinen Einsatz zurück und zusätzlich als Gewinn die Höhe des Einsatzes für jeden Würfel, der die gewettete Augenzahl zeigt. Sei also G die Zufallsvariable, die den Gewinn des Spieles angibt (d.h. $G = -1, 1, 2, 3$ je nachdem, ob kein, ein, zwei bzw. drei Würfel die gewettete Augenzahl zeigen).

1. Berechnen Sie den Erwartungswert von G .
2. Berechnen Sie die Varianz von G .
3. Wir betrachten nun zwei Runden dieses Spiels und drei Spieler mit unterschiedlichen Strategien. Seien X_1, \dots, X_6 der Gewinn, wenn in der ersten Runde auf die Zahl $1, \dots, 6$ gewettet wird. Analog seien Y_1, \dots, Y_6 der Gewinn, wenn in der zweiten Runde auf die Zahl $1, \dots, 6$ gewettet wird. Der Spieler A setzt in der ersten Runde den doppelten Einsatz auf die Zahl 6 und nichts in der zweiten Runde (d.h. ist G_A die Zufallsvariable, die den Gewinn des Spielers A angibt, so gilt $G_A = 2X_6$). Der Spieler B setzt in der ersten Runde jeweils einen Einsatz auf die 1 und auf die 6, setzt in Runde zwei auch aus (d.h. $G_B = X_1 + X_6$). Schließlich wettet der Spieler C jeweils in der ersten und zweiten Spielrunde den normalen Einsatz auf 6 (d.h. $G_C = X_6 + Y_6$).

Vergleichen Sie die drei Strategien bezüglich ihres Erwartungswertes und ihrer Varianz.

Aufgabe 2

Eine faire Münze wird dreimal geworfen. Man betrachte folgende Zufallsvariablen: X gibt an, wie oft "Kopf" geworfen wird, Y gibt an, wie oft "Zahl" geworfen wird, $V = |X - Y|$, und

$$W = \begin{cases} 0 & \text{falls beim ersten Wurf "Kopf" geworfen wird,} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Untersuchen Sie, ob die jeweiligen Zufallsvariablen unabhängig oder abhängig sind:

1. X und V ,
2. X und W ,
3. V und W .