

Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für  
Studierende der Informatik  
Blatt 5

**Aufgabe 1**

- In einer Urne befinden sich 9 Kugeln, wobei drei weiß und der Rest schwarz sind. Es werden vier Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable  $X$  gebe die Anzahl der entnommenen weißen Kugeln an.
  - Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an.
  - Geben Sie die Verteilung  $V_X$  der Zufallsvariablen  $X$  an.
  - Bestimmen und skizzieren Sie die Verteilungsfunktion  $F_X$  der Zufallsvariablen  $X$ .
- Sei  $(\Omega, \mathcal{A}, p)$  ein Wahrscheinlichkeitsraum mit  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ . Sei  $Y: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  eine diskrete Zufallsvariable, von der lediglich die Verteilungsfunktion:

$$F_Y: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1], \quad F_Y(x) = \begin{cases} 0 & x < 0, \\ 0,4 & 0 \leq x < 1, \\ 0,6 & 1 \leq x < 2, \\ 0,81 & 2 \leq x < 3, \\ 0,81 & 3 \leq x < 4, \\ 0,95 & 4 \leq x < 5, \\ 1 & 5 \leq x, \end{cases}$$

bekannt ist.

Bestimmen Sie die Verteilung  $V_Y$  der Zufallsvariablen  $Y$ .

**Aufgabe 2**

Ein fairer Würfel wird zweimal geworfen. Die Zufallsvariable  $X$  sei das Minimum der beiden Augenzahlen und die Zufallsvariable  $Y$  sei das Maximum der beiden Augenzahlen.

- Zeigen Sie:  $E(X) = \frac{91}{36}$ .
- Berechnen Sie die Varianz der Zufallsvariablen  $X$ .
- Berechnen Sie den Erwartungswert  $E(Y)$  ohne die Verteilung von  $Y$  zu bestimmen.  
Tipp: Wie lässt sich die Summe von  $X$  und  $Y$  darstellen?

hilfreiche Summenformeln:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4},$$