Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Studierende der Informatik
Blatt 11

Aufgabe 1

1. Sei X_1 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$-verteilt mit $\mu_1 = 50$ und es gelte $P(X_1 \leq 55) = 0,6915$. Bestimmen Sie die Standardabweichung der Zufallsvariablen X_1.
2. Sei X_2 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$-verteilt mit $\mu_2 = 10$ und es gelte $P(-5 \leq X_2 \leq 25) = 0,8664$. Bestimmen Sie die Standardabweichung der Zufallsvariablen X_2.
3. Sei X_3 $N(\mu_3, \sigma_3^2)$-verteilt. Die Dichte erfülle $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Weiter sei $P(X_3 \leq 2) = 0,8413$. Bestimmen Sie $P(-1 < X_3 < 0)$.
4. Sei X standardnormalverteilt. Sei Z eine weitere unabhängige Zufallsvariable mit $P(Z = 1) = P(Z = -1) = \frac{1}{2}$. Zeigen Sie, dass $Y = Z \cdot X$ standardnormalverteilt ist.

Aufgabe 2

1. Seien $X_1, \ldots, X_{100}$ unabhängige Zufallsvariablen mit gleichem Erwartungswert μ und gleicher Varianz σ^2. Sei $Y := \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100} X_i$ der Mittelwert. Wie groß darf σ höchstens sein, damit die Abweichung von Y zu μ mit einer Wahrscheinlichkeit von 96% höchstens 1,5 beträgt, d.h.

$$P(|Y - \mu| < 1,5) \geq 0.96$$

   a) ohne Annahme einer Verteilung der X_i,
   b) angenommen, alle X_i seien normalverteilt?
   Tipp: Y ist als Summe unabhängiger, normalverteilter Zufallsvariablen wieder normalverteilt. Was ist dann der Erwartungswert und die Varianz von Y?

2. Eine faire Münze (mit den Seiten Kopf und Zahl) wird 1600 Mal geworfen. Berechnen Sie (durch eine geeignete Approximation) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 770 und höchstens 850 Mal Kopf erscheint.