Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Studierende der Informatik Blatt 10

Aufgabe 1

Sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Dichte

$$f(x) = \begin{cases} a(1-x^2) & -1 \le x \le 1\\ a(1-(x-2)^2) & 1 < x \le 3\\ b & \text{sonst} \end{cases}.$$

- 1. Bestimmen Sie die Konstanten $a, b \in \mathbb{R}$.
- 2. Geben Sie die Verteilungsfunktion ${\cal F}_X$ der Zufallsvariablen X an.
- 3. Berechnen Sie $P(0 \le X \le 2)$.
- 4. Bestimmen Sie E(X).

Aufgabe 2

Die Wartezeit X bei einer Telefon-Hotline sei exponentialverteilt mit Erwartungswert E(X) = 10 (Minuten).

- 1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mindestens fünf Minuten warten zu müssen?
- 2. Angenommen man hat bereits 5 Minuten gewartet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit noch mindestens 5 Minuten warten zu müssen?
- 3. Angenommen man ruft mit einem 2. Telefon gleichzeitig bei einer weiteren Hotline an, die unabhängig von der ersten Hotline arbeitet. Die Wartezeit Y sei wiederum exponentialverteilt und $P(Y \ge 8) = \frac{1}{e}$.
 - a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mindestens 5 Minuten warten zu müssen bis zumindest eine der beiden Anrufe beantwortet wird?
 - b) Wie hoch ist die durchschnittliche Wartezeit bis zur ersten Antwort?